NOVEMBER/DECEMBER 2017

# BMA12 — TRIGONOMETRY

Time : Three hours  Maximum : 75 marks

## SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Write the formula for $\tan n\theta$.

$\tan n\theta$ -ன் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

2. State Demoivre's theorem.

டீமார்வின் தேற்றத்தை எழுதுக.

3. If $x = \cos\theta + i\sin\theta$, find $x^n + \frac{1}{x^n}$ and $x^n - \frac{1}{x^n}$.

$x = \cos\theta + i\sin\theta$ எனில் $x^n + \frac{1}{x^n}$ மற்றும் $x^n - \frac{1}{x^n}$ -ஐ காண்க.

4. Expand $\sin\theta$ in terms of $\theta$.

$\sin\theta$ -வை $\theta$ -வின் உறுப்பில் விரிக்க.

5. Prove that $\tanh 2x = \dfrac{2\tanh x}{1+\tanh^2 x}$.

நிறுவுக : $\tanh 2x = \dfrac{2\tanh x}{1+\tanh^2 x}$.

6. Prove that $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$.

நிறுவுக : $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$.

7. Resolve into real factors for the expression $x^{14} - 1$.

$x^{14} - 1$ என்ற கோவையின் மெய் காரணிகளைக் காண்க.

8. Show that $\log(1 + i\tan\alpha) = \log(\sec\alpha) + i\alpha$.

நிறுவுக : $\log(1 + i\tan\alpha) = \log(\sec\alpha) + i\alpha$.

9. Find the sum of the series $\operatorname{cosec}\theta + \operatorname{cosec}2\theta + \operatorname{cosec}2^2\theta + \ldots + \operatorname{cosec}2^{n-1}\theta$.

தொடரின் கூடுதல் காண்க : $\operatorname{cosec}\theta + \operatorname{cosec}2\theta + \operatorname{cosec}2^2\theta + \ldots + \operatorname{cosec}2^{n-1}\theta$.

10. Write Euler's series.

ஆய்லர் தொடரை எழுதுக.

## SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Prove that : $\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$.

$\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$ நிறுவுக.

Or

(b) Find the equation whose roots are $2\cos\frac{2\pi}{7}, 2\cos\frac{4\pi}{7}, 2\cos\frac{6\pi}{7}$.

$2\cos\frac{2\pi}{7}, 2\cos\frac{4\pi}{7}, 2\cos\frac{6\pi}{7}$ என்ற மூலங்களைப் பெற்ற சமன்பாட்டைக் காண்க.

12. (a) Prove that when $n$ is a positive integer

$$\cos^n\theta = \frac{1}{2^{n-1}}[\cos n\theta + n_{c_1}\cos(n-2)\theta + n_{c_2}\cos(n-4)\theta + \ldots,].$$

நிறுவுக $\cos^n\theta = \frac{1}{2^{n-1}}[\cos n\theta + n_{c_1}\cos(n-2)\theta + n_{c_2}\cos(n-4)\theta + \ldots,]$ இதில் $n$ ஒரு மிகை முழு.

Or

(b) Expand $\sin^7\theta$ in a series of sines of multiplies of $\theta$.

$\sin^7\theta$ வை $\theta$-ன் சைனின் மடங்குகளில் விரிக்க.

13. (a) If $\cosh u = \sec\theta$, show that $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$.

$\cosh u = \sec\theta$ எனில் $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)$ என நிறுவுக.

Or

(b) If $\tan(\alpha+i\beta) = x+iy$ prove that $x^2+y^2+2x\cot 2\alpha = 1$.

$\tan(\alpha+i\beta) = x+iy$ எனில்

$x^2+y^2+2x\cot 2\alpha = 1$ என நிறுவுக.

14. (a) Resolve $x^6-x^3+1$ into real quadratic factors and deduce that $\cos\frac{\pi}{9}+\cos\frac{5\pi}{9}+\cos\frac{7\pi}{9}=0$.

$x^6-x^3+1$ என்பதனை மெய் இருபடி காரணிகளாக்குக மற்றும் $\cos\frac{\pi}{9}+\cos\frac{5\pi}{9}+\cos\frac{7\pi}{9}=0$ என நிறுவுக.

Or

(b) Find the value of $Log\left(\frac{1+\cos\theta+i\sin\theta}{\cos\theta-1+i\sin\theta}\right)$.

$Log\left(\frac{1+\cos\theta+i\sin\theta}{\cos\theta-1+i\sin\theta}\right)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

15. (a) Sum the series up to $n$ terms $\sec\alpha\cdot\sec 3\alpha+\sec 2\alpha\cdot\sec 4\alpha+\ldots.$

$\sec\alpha\cdot\sec 3\alpha+\sec 2\alpha\cdot\sec 4\alpha+\ldots$ தொடரின் $n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

Or

(b) Sum to infinity the series

$$c\cos\alpha-\frac{c^3}{3}\cos 3\alpha+\frac{c^5}{5}\cos 5\alpha+\ldots.$$

$c\cos\alpha-\frac{c^3}{3}\cos 3\alpha+\frac{c^5}{5}\cos 5\alpha+\ldots$ தொடரின் கந்தழிவரை கூடுதல் காண்க.

## SECTION C — ($3\times 10=30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Expand $\tan 4\theta$ in terms of $\tan\theta$ and show that $\tan\frac{\pi}{16}, \tan\frac{5\pi}{16}, \tan\frac{9\pi}{16}, \tan\frac{13\pi}{16}$ are roots of the equation $x^4+4x^3-6x^2-4x+1=0$.

$\tan 4\theta$ -வை $\tan\theta$ -ன் உறுப்பில் விரிக்க மற்றும் $\tan\frac{\pi}{16}, \tan\frac{5\pi}{16}, \tan\frac{9\pi}{16}, \tan\frac{13\pi}{16}$ என்பன $x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என நிறுவுக.

17. Expand $\cos^5\theta \sin^3\theta$ in a series of sines of multiplies of $\theta$.

$\cos^5\theta \sin^3\theta$ ஐ $\theta$ வின் சைனின் மடங்குகளின் தொடராக விரித்து எழுதுக.

18. If $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, show that

(a) $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$.

(b) $\phi = \frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$.

$\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ எனில்

(அ) $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$.

(ஆ) $\phi = \frac{1}{2}\log\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

19. Find the general value of $Log_{(-3)} \cdot (-2)$.

$Log_{(-3)} \cdot (-2)$-ன் பொது மதிப்பைக் காண்க.

20. Sum the series $\sinh x + \sinh(x+y) + \sinh(x+2y) + \ldots$ to $n$ terms.

$\sinh x + \sinh(x+y) + \sinh(x+2y) + \ldots$ என்ற தொடரின் $n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

---